Intitulé de l'épreuve : Mathématiques
Nombre de copies : 2 (8 pages)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

Exercice 1

Partie A

1) Soit les évènements suivants :

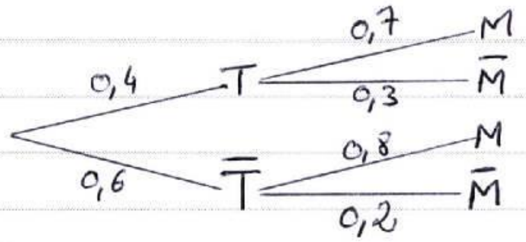
T : "la pièce prélevée est triangulaire"

M : "la pièce prélevée à une masse égale à 30 grammes"

Grâce à l'énoncé on sait que :

$$\boxed{P(T) = 0,4}$$

De plus on peut établir l'arbre de probabilités suivant.



On a alors : $P_T(M) = \dfrac{P(T \cap M)}{P(T)}$

$\Leftrightarrow \boxed{P_T(M) = 0,7}$

de plus $\boxed{P_{\overline{T}}(M) = 0,8}$

[redacted]

2) Grâce à l'arbre on en déduit :

$P(M \cap T) = P_T(M) \times P(T)$

$\Leftrightarrow \quad = 0,7 \times 0,4$

$\Leftrightarrow \boxed{P(M \cap T) = 0,28}$

De plus, $P(M \cap \bar{T}) = P_{\bar{T}}(M) \times P(\bar{T})$

$= 0,8 \times 0,6$

$\boxed{P(M \cap \bar{T}) = 0,48}$

3) D'après la question précédente on a :

$P(M) = P(M \cap T) + P(M \cap \bar{T})$

$\Leftrightarrow P(M) = 0,28 + 0,48$

$\Leftrightarrow \boxed{P(M) = 0,76}$

4) On cherche la propabilité qu'une pièce soit carrée sachant que sa masse est égale à 30 grammes, c'est à dire :

$$P_M(\bar{T}) = \frac{P(\bar{T} \cap M)}{P(M)}$$

$$\Leftrightarrow P_M(\bar{T}) = \frac{0,48}{0,76}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_M(\bar{T}) = \frac{12}{19}}$$

Partie B

1) Soit Y la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée du réparateur
~~Y suit une loi normale de paramètre μ et σ, $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma)$~~
~~Son intervalle est de $[14 ; 17]$ avec $\mu = 15,5$.~~
Y suit une loi équiprobable d'intervalle $[14 ; 17]$

2) Ainsi la probabilité que le réparateur arrive avant 16h s'exprime par : $P(Y \leq 16) = \dfrac{16-14}{17-14}$

$$\Rightarrow \boxed{P(Y) \leq 16) = \frac{2}{3}}$$

Exercice 2

1) $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = e^{-x^2}$

$$\Rightarrow F'(x) = f(x) = -2x e^{-x^2} \quad (B)$$

2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $h(x) = (7x - 23) e^{x}$

La fonction h a une seule solution sur $[0 ; +\infty[$ (B)

3) Soit $I = \int_0^1 3e^{3x} dx$

On peut affirmer que $I = e^3 - 1$ (A)

4) $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x^3 - 9x$

g est convexe sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ (B)

N°
3/8

Exercice 3

Partie A

1)a) Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = 0{,}92\, u_n + 3 \end{cases}$$

L'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3} afin d'avoir un resultat d'un ordre de grandeur de 10^6 avec une précision au millier d'abonnés.

b) Soit pour l'année 2021, on a $n = 1$,

$$\Rightarrow u_1 = 0{,}92\, u_0 + 3$$

$$\Rightarrow \boxed{u_1 = 21{,}4} \times 10^6 \text{ abonnées en } 2021$$

pour $n = 2$,

$$u_2 = 0{,}92\, u_1 + 3$$

$$\Rightarrow \boxed{u_2 = 22{,}688} \times 10^6 \text{ abonnés en } 2022$$

2) Soit (v_n) telle que $v_n = u_n - 37{,}5$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

On a alors : $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1} - 37{,}5}{u_n - 37{,}5}$

$$\Rightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{0{,}92\, u_n + 3 - 37{,}5}{u_n - 37{,}5}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{0{,}92\,(u_n - 37{,}5)}{(u_n - 37{,}5)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_{n+1}}{v_n} = 0{,}92}$$

N° 9.1.8.

Intitulé de l'épreuve : Mathématiques

Nombre de copies : 2 (8 pages)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

Ainsi (v_n) est bien géométrique de raison $q = 0,92$

De plus on a $v_0 = u_0 - 37,5$

$$\boxed{v_0 = -17,5}$$

$$v_1 = u_1 - 37,5$$

$$\boxed{v_1 = -16,1}$$

3) On sait que (v_n) est géométrique de raison $q = 0,92$

On peut en déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 \times q^n$

$$\Rightarrow \boxed{v_n = -17,5 \times (0,92)^n}$$

Ainsi sachant que, $u_n = v_n + 37,5$,

on a alors $\boxed{u_n = -17,5 \times (0,92)^n + 37,5}$

4) En 2025 on a, avec $n = 5$

$$u_5 = -17,5 \times (0,92)^5 + 37,5$$

[redacted]

$\Rightarrow \quad u_5 \simeq 25,966$

Le nombre d'abonnés en 2025 sera donc de 25,966 millions.

5) On peut en déduire la limite grâce à l'expression de (u_n)

$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 37,5}$ car $\lim_{n \to +\infty} 0,92^n = 0$

6) D'après la limite on peut s'attendre à ce que l'opérateur dépasse les 30 millions d'abonnés.

Partie B

Variables : N un nombre entier naturel non nul
U un nombre réel

Traitement : Affecter à U la valeur 20
Affecter à N la valeur 0
Tant que (U < 25)
Affecter à U la valeur $(-17,5 \times (0,92)^N + 37,5)$
Affecter à N la valeur N + 1
Fin Tant que

Sortie : Afficher N

N° 6./.8

Exercice 4

1) a) On a, grâce au graphique :

$\boxed{f(-1) = e}$

De plus $\boxed{f'(-1) = 0}$

b) Graphiquement on a :

$\boxed{f(0) = 2}$

$\boxed{f'(0) = -1}$

2) a) Soit la droite (AB) d'équation de type $y = -x +$ constante, étant tangente à $\mathcal{C}$ au point $A(0,2)$ on peut en déduire que

$\boxed{f''(0) = 0}$

Ce qui est cohérent car d'après le graphique on s'aperçoit qu'en $x=0$ il n'y a pas de variation de la pente.

b) Pour étudier la convexité de f, on doit regarder le signe de la dérivée 2^{nde}. Or ici grâce à la tangente en $x=0$, on peut étudier la position relative de cette tangente par rapport à $\mathcal{C}$. ~~La~~ Sachant que $f''(0) = 0$ on peut donc déduire que, vu que $\mathcal{C}$ est sous la tangente dans l'intervalle $]-\infty ; 0[$ ~~donc~~ et que $\mathcal{C}$ est dessus la tangente dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$. On peut donc en déduire que f est concave en $]-\infty ; 0[$ et convexe en $]0 ; +\infty[$.

3) D'après le graphe de la fonction f, on peut distinguer un changement de variation en $D(-1; e)$ correspondant à une dérivée nulle en ce point, de plus on sait que $f''(0) = 0$, on peut donc en déduire en changement de variation en $x = 0$. La pente étant négative en ce point, la dérivée le sera donc aussi. Finalement, la Courbe 1 est la seule à respecter ces conditions.

4) On a la courbe de la fonction f, qui est négative $\forall x < 2$. Ainsi on peut en déduire que la primitive de f aura une pente négative $\forall x < 2$. Or la seule courbe décroissante pour tout $x < 2$ correspond à la Courbe 5.
On a alors, de manière graphique, $\boxed{F(-1) = 1,5}$

N° 8/8