

Intitulé de l'épreuve : Maths

Nombre de copies : 2

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

EXERCICE I

1) a / -i

$$\frac{-1+i\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+i} = \frac{-\sqrt{3}-i-3i+1\sqrt{3}}{3+1} = -i$$

2) b / 510

$$U_n = 2 \cdot 2^n$$
$$S_n = 10 \left(\frac{1-9^{n+1}}{1-9} \right)$$

3) $I = \frac{1}{2} \int_1^e (x) dx = \frac{1}{2} \left[\ln(x^2 + 2x) \right]_1^e$

$$= \frac{1}{2} \left(\ln e^2 + 2e - \ln 3 \right) = \ln \left| \frac{e^2 + 2e}{3} \right|$$

$$d / \ln \left(\sqrt{\frac{e^2 + 2e}{3}} \right)$$

4) b / $-\sqrt{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

5) d / non (a ou b)

N°

.../...

Question	1	2	3	4	5
Response	a	b	d	b	d

EXERCICE II

a) $S = 2$

b

$$f(x) = (5-x) \exp(-0,2x)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\exp(-0,2x) - 0,2(5-x) \exp(-0,2x) \\ &= \exp(-0,2x) (-2 + 0,2x) \end{aligned}$$

Les résultats du calcul formel sont justes
on peut faire la variation de la fonction

x	$-\infty$	10	$+\infty$
Sign $f'(x)$	-	0	+
Variation f	$+\infty \leftarrow$	$\rightarrow f(10)$	$\rightarrow 0$

f décroissante de $] -\infty ; 10]$
croissante de $] 10 ; +\infty [$
 f admet un extremum c'est un minimum
 $A (10, f(10))$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ D: $y = 0$ est une asymptote horizontale.

c)

$$n = 8$$

$$1,9^{17} = 89,3 < 100$$

$$1,9^{18} = 169 > 100$$

d)

$$S = \int_{-3}^0 f(x) dx = \left[F(x) \right]_{-3}^0 \times \frac{\text{unité d'aire}}{1}$$

$$= -5 - (6 + (3-5) \exp(3))$$

$$= -11 + 2 \exp(3)$$

EXERCICE III

1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ car $\lim_{x \rightarrow 0} x = \frac{\ln x}{x} \times \frac{1}{x}$
 $\rightarrow -\infty$
 $-2x+4 \rightarrow 4$

la droite d'équation $x=0$ est une asymptote verticale pour C

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ car $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x+4) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{\ln x}{x} = 0$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-2x+4)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \frac{\ln x}{x} = 0$

$y = -2x+4$ est une asymptote oblique pour C

signe de $f(x) - (-2x+4) =$ signe de $\frac{\ln x}{x}$

$x \in]0, 1[$ $f(x) - (-2x+4) < 0$, $\ln x < 0$
 C est en de hors de D'

$x \in]1, +\infty[$ $f(x) - (-2x+4) > 0$ C est au dessus de D
 $x=1$ $C=D$

3) a) $x \in]0, +\infty[$ $f'(x) = 2 \left(\frac{1}{x^2} x - \ln x \right) - 2 = 2 \frac{(1-x^2 - \ln x)}{x^2}$
 $= \frac{2(1-x^2 - \ln x)}{x^2}$
 $= \frac{2g(x)}{x^2}$

b) f' a le même signe que g .
 sur $]0, 1[$ $f'(x) > 0$ car $\frac{2}{x^2} > 0$
 $x=1$ $f'(x) = 0$ f est croissante) sur $]1, +\infty[$ $f'(x) < 0$
 f est décroissante

c)	x	0	1	$+\infty$
	$f'(x)$	+	0	-
	f	$-\infty$	2	$-\infty$

4) x_0 ? $f'(x_0) = -2$ coefficient directeur de D: $y = -2x+4$

intitulé de l'épreuve : Maths

Nombre de copies : 2

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

EXERCICE III suite

$$\left. \begin{array}{l} f'(x_0) = -2 \\ x_0 \in]0, +\infty[\end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} g(x) = -x^2 \\ x_0 \in]0, +\infty[\end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 - \ln x = 0 \\ x_0 \in]0, +\infty[\end{array} \right.$$

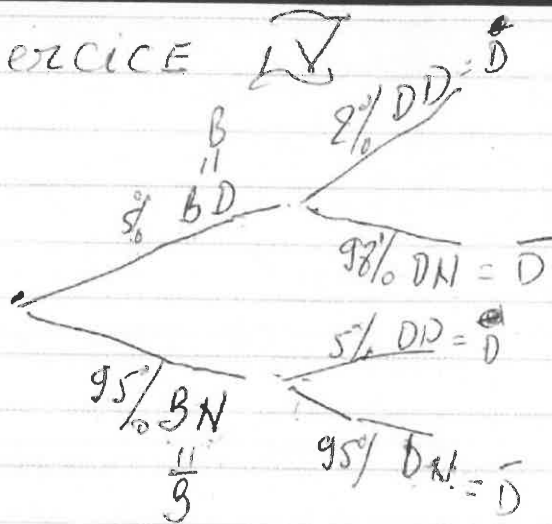
$$\Leftrightarrow x_0 = e$$

où il existe une tangente T parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 4$

où son équation est :

$$\begin{aligned} T: y &= -2(x - e) + f(e) \\ &= -2(x - e) + \frac{2}{e} - 2e + 4 \\ &= -2x + 2e + \frac{2}{e} + 4 - 2e \\ &= -2x + \frac{2}{e} + 4 \end{aligned}$$

EXERCICE



1/

$$P(\overline{B \cap D}) = 0,95 \times 0,95$$

$$= 0,9025$$

2/

$$P(D) = \underbrace{0,95 \times 0,05}_{P(\overline{B} \cap D)} + \underbrace{0,05 \times 0,02}_{P(B \cap D)}$$

$$= 0,0485$$

$$3/ \underset{D}{P}(B) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{1 - P(\overline{B \cap D})}{P(D)}$$

$$= \frac{0,05 \times 0,02}{0,0485} = 0,0206$$

N°

.../...

Partie B

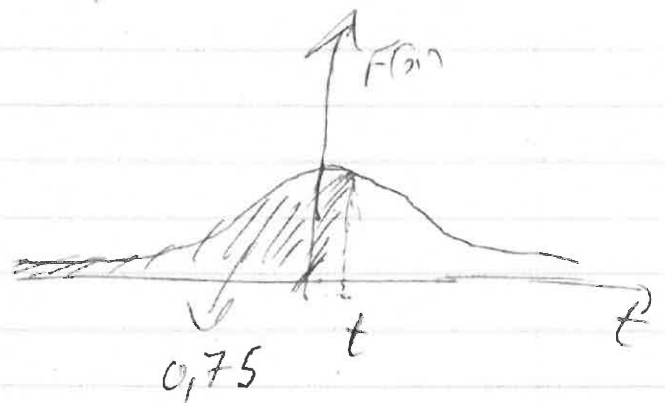
$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$\begin{aligned} P(X > 10) &= 1 - P(X \leq 10) \\ &= 1 - P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{10 - 8}{2}\right) \\ &= 1 - P(T \leq 1) \\ &= 1 - 0,75 \\ &= 0,25 \end{aligned}$$

densité

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

courbe cloche



∫ e^{ax} on l'axe des ordonnées

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$F(x) = P(X < x)$$