



DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ADMINISTRATION
ET DE LA MODERNISATION

DIRECTION DES RESSOURCES HUMAINES

Sous-direction de la Formation et des Concours

Bureau des concours et examens professionnels
RH4B

**CONCOURS EXTERNE ET INTERNE
DE SECRÉTAIRE DES SYSTÈMES D'INFORMATION ET DE COMMUNICATION
AU TITRE DE L'ANNÉE 2018**

ÉPREUVES ÉCRITES D'ADMISSIBILITÉ – 28 ET 29 MARS 2018

MATHÉMATIQUES

Composition de mathématiques appliquées à l'informatique pouvant comporter des exercices, des questions sur le programme et des problèmes à résoudre.

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

SUJET

Voir pages suivantes.

La calculatrice scientifique est autorisée.

Ce dossier comporte 6 pages (page de garde non comprise).

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

CONCOURS SESIC 2018

L'utilisation de la calculatrice scientifique est autorisée à l'exclusion de toute calculatrice graphique. Tous les résultats doivent être justifiés, à l'exception du questionnaire à choix multiples (exercice 1).

L'épreuve comprend quatre exercices, questionnaire à choix multiples inclus.

Il sera tenu compte, dans la note finale, du soin apporté à la qualité de la rédaction et de la présentation.

Exercice I : questionnaire à choix multiples (5 points) :

Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Chaque réponse juste rapporte un point. Une réponse fautive ou multiple enlève un demi-point. Une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

On demande d'indiquer, au moyen du tableau ci-dessous qui sera à recopier sur la copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. On ne demande pas de justification.

1/ Soit a et b , deux nombres complexes tels que :

$$a = 1 + i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad b = 1 - \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3}). \quad \text{On pose } Z = \frac{a}{a-b}$$

Le complexe Z est égal à

$$\begin{array}{cccc} \text{a/} & -i & \text{b/} & i \\ \text{c/} & \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i} & \text{d/} & 1 - i\sqrt{3} \end{array}$$

2/ Soit la suite (U_n) , pour tout entier n , définie par :

$$U_0 = 2 \quad \text{et} \quad \frac{U_{n+1}}{U_n} = 2 \quad \text{alors} \quad S_7 = U_0 + U_1 + \dots + U_7 \quad \text{est égale à} :$$

$$\begin{array}{cccc} \text{a/} & 254 & \text{b/} & 510 \\ \text{c/} & 1022 & \text{d/} & 734 \end{array}$$

3/ Soit f , la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x}$

$I = \int_1^e f(x)dx$ est égale à :

- a/ $1+\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$ b/ $\frac{1}{2} + \ln\left(\sqrt{\frac{e+1}{2}}\right)$ c/ $\frac{1}{2}(1 + \ln\sqrt{e+1})$ d/ $\ln\left(\sqrt{\frac{e^2+2e}{3}}\right)$

4/ La valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ est $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Quelle est la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$?

- a/ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$ b/ $-\frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$ c/ $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ d/ $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

5/ Soit la table de vérité de la fonction F à deux variables d'entrée a et b :

a	b	F
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

F est égale à :

- a/ NON (a ET b) b/ a OU(NON(b)) c/ (NON(a)) ET b d/ NON (a OU b)

TABLEAU à reporter sur la copie

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Réponse (lettre correspondante)					

Exercice II (4 points) :

a) On considère l'algorithme suivant :

Traitement :
Affecter 1 à S
Affecter 1 à n
Tant que $S < 1,5$
 Affecter $n+1$ à n
 Affecter $S + \frac{1}{n^2}$ à S
Fin tant que
Sortie Afficher la valeur de S

Quelle valeur exacte l'algorithme affiche-t-il en sortie ?

b) Soit f , une fonction définie sur \mathbb{R} . Un logiciel de calcul formel nous donne les résultats suivants:

1 Dériver $[(5-x) \cdot \exp(-0.2 \cdot x)]$

$$-\exp(-0.2 \cdot x) - 1/5 \cdot \exp(-0.2 \cdot x) \cdot (-x + 5)$$

2 Factoriser $[-\exp(-0.2 \cdot x) - 1/5 \cdot \exp(-0.2 \cdot x) \cdot (-x + 5)]$

$$(0.2x - 10/5) \cdot \exp(-0.2 \cdot x)$$

Interprétez le résultat.

c) On donne l'algorithme ci-dessous :

<p>Variable :</p> <p>n : un nombre entier naturel</p> <p>Traitement :</p> <p>Affecter à n la valeur 0</p> <p>Tant que $1,9^n < 100$</p> <p>Affecter à n la valeur $n + 1$</p> <p>Fin Tant que</p> <p>Sortie :</p> <p>Afficher n</p>

Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme ?

d) On admet que la fonction f est définie sur $[-4 ; 3]$ par : $f(x) = -2 + (x + 4)e^{-x}$

On souhaite calculer l'aire S , en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe (C) de la fonction f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -3$ et $x = 0$. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	$F(x) = -2x + (-x - 5) \cdot \exp(-x)$
	//Interprète F
	//Succès lors de la compilation F
2	$x \rightarrow -2 * x + (-x - 5) * \exp(-x)$
	dérive(F(x))
	$-\exp(-x) - \exp(-x) * (-x - 5) - 2$
3	simplifier($-\exp(-x) - \exp(-x) * (-x - 5) - 2$)
	$x * \exp(-x) + 4 * \exp(-x) - 2$

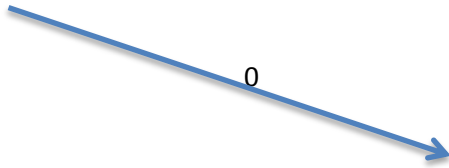
À l'aide de ces résultats, calculez la valeur exacte de l'aire S .

Exercice III (7 points) :

On note la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2 \frac{\ln x}{x} - 2x + 4$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On note g, la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - \ln(x) - x^2$ et dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	
$g(x)$			

1. Étude des limites

- Déterminez la limite de f en 0. Que peut-on déduire graphiquement pour la courbe C ?
- Déterminez la limite de f en $+\infty$.

2. Étude d'une asymptote

- Démontrez que la droite D d'équation $y = -2x + 4$ est asymptote à la courbe C au voisinage de $+\infty$
- Déterminez la position relative de la courbe C et de la droite D sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$

3. On désigne par f' , la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

- Calculez $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$, puis démontrer que :

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$$

- En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
- Dressez le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

4. Démontrez qu'il existe une tangente T à la courbe C qui est parallèle à la droite D. Vous préciserez la valeur de l'abscisse x_0 du point commun à T et à C.

Exercice IV (4 points)

Une entreprise vend en ligne du matériel informatique, notamment des ordinateurs portables.

PARTIE A

Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment rencontrés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur :

- Parmi les ordinateurs vendus, 5 % ont été retournés pour un défaut de batterie et, parmi ceux-ci, 2 % ont aussi un disque dur défectueux.
- Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5 % ont un disque dur défectueux.

On suppose que l'entreprise garde constant le niveau de qualité de ses produits. On notera les événements :

- B : « L'ordinateur a une batterie défectueuse »,
- D : « L'ordinateur a un disque dur défectueux ».

Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

- 1)** Donnez, à 10^{-4} près, la probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie ni problème de disque dur.
- 2)** Donnez la probabilité, à 10^{-4} près, que l'ordinateur acheté ait un disque dur défectueux.
- 3)** Sachant que l'ordinateur a été retourné à l'entreprise pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) que sa batterie le soit également ?

PARTIE B

L'autonomie de la batterie qui équipe les ordinateurs portables distribués par l'entreprise, exprimée en heure, suit une loi normale d'espérance $\mu = 8$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

- 4)** Donnez la probabilité, à 10^{-4} près, que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 heures.