Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES
ET DU DÉVELOPPEMENT
INTERNATIONAL

DIRECTION GENERALE DE L'ADMINISTRATION
ET DE LA MODERNISATION

DIRECTION DES RESSOURCES HUMAINES

Sous-direction de la Formation et des Concours

Bureau des concours et examens professionnels
RH4B

**CONCOURS EXTERNE ET INTERNE**
**DE SECRETAIRE DES SYSTEMES D'INFORMATION ET DE COMMUNICATION**
**AU TITRE DE L'ANNEE 2017**

---

**EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE - 10 ET 11 JANVIER 2017**

# MATHEMATIQUES

*Composition de mathématiques appliquées à l'informatique pouvant comporter des exercices, des questions sur le programme et des problèmes à résoudre.*

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

## SUJET

*Voir pages suivantes.*

*La calculatrice scientifique est autorisée.*

*Ce dossier comporte 4 pages (page de garde non comprise).*

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

# CONCOURS SESIC

*L'utilisation de la calculatrice scientifique est autorisée* ***à l'exclusion de toute calculatrice graphique****. Tous les résultats doivent être justifiés, à l'exception du questionnaire à choix multiples (exercice 1).*

*L'épreuve comprend trois exercices, questionnaire à choix multiples inclus.*

## Exercice I : questionnaire à choix multiples (5 points) :

*Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Chaque réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou multiple enlève un demi-point. Une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

On demande d'indiquer, au moyen du tableau ci-dessous qui sera à recopier sur la copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

On ne demande pas de justification.

1) Soit $f$, une fonction définie sur IR par $f(x) = \cos(4x) + 2\sin(2x)$.
   On note $f'$ sa dérivée.
   A/ $f'(x) = 2\sin(4x)\,(1 - 2\cos(2x))$
   B/ $f'(x) = 4\sin(2x)\,(2\cos(4x) - 1)$
   C/ $f'(x) = 4\cos(2x)\,(1 - 2\sin(2x))$
   D/ $f'(x) = 2\cos(2x)\,(1 - \sin(2x))$

2) Soit $f$ une fonction définie sur IR*+ par $f(x) = ln(2x) - (ln(x))^2$.
   $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ =
   A/ $-\frac{1}{4} + ln2$
   B/ $-\frac{3}{4} + ln2$
   C/ $\frac{1}{4} + ln2$
   D/ $-1 + ln2$

3) $\int_0^{ln2} \frac{e^x}{(e^x+1)^2}\,dx =$
   A/ $\frac{2}{3}$
   B/ $-\frac{1}{6}$
   C/ $ln\left(\frac{3}{2}\right)$
   D/ $\frac{1}{6}$

4) On considère l’équation différentielle :
(E) : $y" + 2y' + y = 2$
Parmi les fonctions ci-dessous, quelle est celle qui est solution de (E) ?
A/ $f(x) = (2x + 1)e^{-x} + 2$
B/ $f(x) = (2x - 1)e^{-x} + 2$
C/ $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$
D/ $f(x) = (x - 2)e^{-x}$

5) Soit $f$, une fonction définie sur l’intervalle [0 ; 2] par $f(x) = \frac{e^{\alpha x}}{2e-2}$.
Pour quelle valeur de $\alpha$, $f$ est-elle une fonction de densité sur [0 ; 2] ?
A/ $\alpha = 2$
B/ $\alpha = 0{,}5$
C/ $\alpha = -0{,}5$
D/ $\alpha = -2$

TABLEAU

| Numéro de la question | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Réponse | | | | | |

**Exercice II (6 points):**

Soit l’équation $(E)$: $Z^4 + 4Z^2 + 16 = 0$, $Z$ étant un nombre complexe.

**1.** Résoudre dans **C** l’équation $(E_1)$ : $z^2 + 4z + 16 = 0$, z étant un nombre complexe.

Les solutions seront écrites sous forme exponentielle.

**2.** Soit *u* le nombre complexe dont le module est égal à 2 et dont un argument est égal à $\frac{\pi}{3}$.

**a/** Calculer $u^2$ sous forme algébrique.

**b/** En déduire les solutions dans **C** de l’équation $z^2 = -2+2i\sqrt{3}$ (On écrira les solutions sous forme algébrique).

**3.** Démontrer que si $Z$ est une solution de l’équation $(E)$ alors son conjugué $\bar{Z}$ l’est également.

**4.** En déduire les solutions dans **C** de l’équation $(E)$. On admettra que $(E)$ admet au plus quatre solutions.

**Exercice III (9 points):**

**Partie A**

On considère la fonction $f$, définie et dérivable sur l'intervalle ]0 ; +∞[ par : $f(x) = xln(x)$.

1) Déterminer les limites de $f$ en 0 et en +∞

2) On note $f'$ la fonction dérivée de $f$ sur ]0 ; +∞[. Montrer que $f'(x) = ln(x) + 1$.

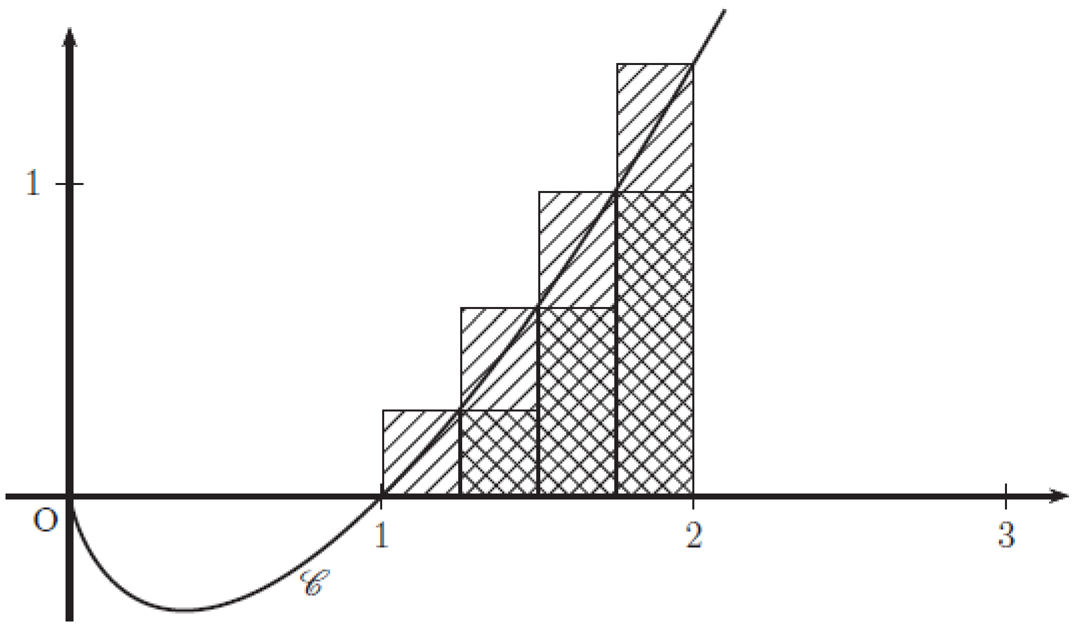
3) Déterminer les variations de $f$ sur ]0 ; +∞[

**Partie B**

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormal.

Soit $\mathcal{A}$ l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations respectives $x$ = 1 et $x$ = 2.

On utilise l'algorithme ci-après pour calculer, par la méthode des rectangles, une valeur approchée de l'aire $\mathcal{A}$ (voir graphe ci-dessous).



***<u>Algorithme :</u>***

**Variables :**

$k$ et $n$ sont des entiers naturels
U et V sont des nombres réels

**Paramètres d'initialisation**:

U prend la valeur 0
V prend la valeur 0
$n$ prend la valeur 4

**Traitement** :

Pour $k$ = 0 à $k$ = $n$-1 :
On affecte à U la valeur U + $\frac{1}{n} f\left(1+\frac{k}{n}\right)$

On affecte à V la valeur V + $\frac{1}{n} f\left(1+\frac{k+1}{n}\right)$

Fin pour
Afficher U
Afficher V

**1/** **a)** Dire ce que représentent U et V sur le graphique précédent.

**b)** Donner les valeurs de U et V en fin d'algorithme. La valeur approchée de U par défaut sera donnée à $10^{-4}$ près et la valeur approchée de V par excès sera donnée à $10^{-4}$ près.

**c)** En déduire un encadrement de $\mathcal{A}$

**2/** On définit les suites $(Un)$ $et$ $(Vn)$, pour tout entier $n$ non nul, par :

$$U_n = \frac{1}{n}\left[f(1) + f\left(1+\frac{1}{n}\right) + f\left(1+\frac{2}{n}\right) + \cdots + f\left(1+\frac{(n-1)}{n}\right)\right]$$

$$V_n = \frac{1}{n}\left[f\left(1+\frac{1}{n}\right) + f\left(1+\frac{2}{n}\right) + \cdots + f\left(1+\frac{(n-1)}{n}\right) + f(2)\right]$$

Il sera admis que, pour tout entier naturel $n$ non nul, on a: $U_n \leq \mathcal{A} \leq V_n$

**a)** Trouver le plus petit entier $n$ tel que : $V_n - U_n < 0{,}1$

**b)** Nous souhaitons obtenir un encadrement de $\mathcal{A}$ d'amplitude inférieure à 0,1. Comment modifier l'algorithme précédent pour qu'il en soit ainsi ?

<u>**Partie C**</u>

Soit $F$ la fonction définie et dérivable sur ]0 ; +∞ [ par : $F(x) = \frac{x^2}{2} ln(x) - \frac{x^2}{4}$

1) Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur ]0 ; +∞ [.
2) Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$.